ＴＩＰ構法に関する静力学的考察

東京工芸大学　川畑州一

　図のように、鉛直に立つ２本の柱L_1、L_2を両端ピンの小巾板（以下 板 と表示）ＰＱで斜め（角度θ）に結合し、柱に水平に力Fを加えたところ、２つの柱は微小な角度δだけ傾斜したとする。このとき、２ 本の柱L_1、L_2を結合した板ＰＱは、変形後はＰ’Q’となる。このとき、板は若干伸びるために、その復元力により、傾斜を食い止めようとする力が生じる。この力が大きければこの系は変形しにくいといえるだろう。弾性力学によると、復元力の大きさは板の伸び率に比例する。すなわち、柱の微小傾斜δに対する板の伸び率が最大となる結合角度θが、系を最も変形させにくくする。

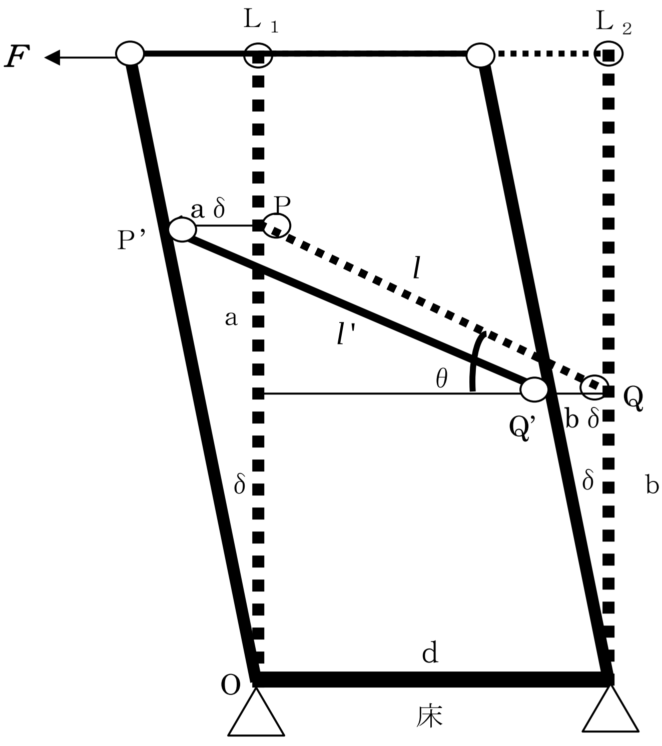
　ここで、結合点Ｐの床からの高さをａ、結合点Ｑの床からの高さをｂとし、柱の間隔をｄとする。

そして、点Ｏを原点として水平軸と垂直軸から成る直交座標系を考えると、Ｐ，Ｑ，Ｐ’、Q’の座標は、δ^2以下の項が無視できるとすると、それぞれ、

Ｐ＝（０，ａ）、Ｑ＝（ｄ，ｂ）、Ｐ’＝（－ａδ，ａ）、Q’＝（ｄ－ｂδ，ｂ）

である。従って、ＰＱ＝l とおくと、

$l=\sqrt{d^2+(a-b)^2}$ である。



図

また、P’Q’＝ l' とおくと、

$$l'=\sqrt{(d+a\delta-b\delta)^2+(a-b)^2}=\sqrt{\{d+(a-b)\delta\}^2+(a-b)^2}=\sqrt{\{d^2+(a-b)^2\}+2d(a-b)\delta+(a-b)^2\delta^2}$$

ここで、<u>δ ^{2} の項を微小量として無視すると、</u>

$$l'=\sqrt{\{d^2+(a-b)^2\}+2d(a-b)\delta}$$

となる。また、$l=\sqrt{d^2+(a-b)^2}$ であるから、

$$l'=\sqrt{\{d^2+(a-b)^2\}+2d(a-b)\delta}=\sqrt{l^2+2d(a-b)\delta}=l\sqrt{1+\frac{2d(a-b)\delta}{l^2}}$$

$$=l(1+\frac{2d(a-b)\delta}{l^2})^{\frac{1}{2}}\approx l(1+\frac{1}{2}\frac{2d(a-b)\delta}{l^2})=l+\frac{d(a-b)\delta}{l}$$

となる。ただし、ここでは、α が１より十分小さいとき、近似式

$$(1+\alpha)^n\approx 1+n\alpha$$

が成り立つことを利用した。

すなわち､柱の微小傾斜 δ における板の伸びは､

$$\Delta l=l'-l=\frac{d(a-b)\delta}{l} \qquad （１）$$

である。ここで､板のヤング率を E とすると､板の復元力 f は､

$$f=E\frac{\Delta l}{l} \qquad （２）$$

である。これに（１）式を代入し、 (a－b)/d= tan θ とおくと、

$$f=E\frac{\Delta l}{l}=E\frac{d(a-b)}{d^2+(a-b)^2}\delta=E\frac{\tan\theta}{1+\tan^2\theta}\delta=E(\frac{1}{2}\sin 2\theta)\delta \qquad （３）$$

よって、θ＝４５° （sin2θ＝１）のとき、系の復元力 f は最大となる。
また、（３）式を

$$f=kx$$

とおくと、系全体をばね定数 k のばねと見做すことができる。すなわち、４５° の斜め板の系が最も硬いばねとなり、変形しにくいことを示している。

以上。